

# ES を用いた PSO のパラメータの最適化とその分析

佐久間 司<sup>†</sup>

Claus Aranha<sup>‡</sup>

狩野 均<sup>‡</sup>

筑波大学 情報科学類<sup>†</sup>

筑波大学 システム情報系<sup>‡</sup>

## 1. はじめに

Particle Swarm Optimization (PSO)は、鳥の群れをモデルにした多点探索手法である。PSOには複数のパラメータが存在し、パラメータの値が探索能力に大きな影響を与える。M. Jiangらは、PSOの探索が収束するパラメータの条件を示した[1]。しかし、優れた探索をもたらすパラメータに関する研究はあまり見当たらない。

本研究では、Evolution Strategy (ES)を用いて、PSOのパラメータの値を最適化する。また、優れた探索をもたらすパラメータについての分析を行う。

## 2. 基礎事項

### 2.1 PSO

PSOは個体が探索した中の最良解 (*pbest*) と、集団が探索した中の最良解 (*gbest*) に基づき、それぞれの個体の速度と座標が更新される[2]。

$$\text{速度の更新式: } v_i^{k+1} = wv_i^k + c_1r_1(pbest_i^k - x_i^k) + c_2r_2(gbest^k - x_i^k)$$

$$\text{座標の更新式: } x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1}$$

*i*: 個体の番号 *k*: 反復回数

$v_i^k$ : *k* 回目の個体 *i* の速度

$x_i^k$ : *k* 回目の個体 *i* の座標

$pbest_i^k$ : *k* 回目の個体 *i* の最良解の座標

$gbest^k$ : *k* 回目の集団の最良解の座標

*w*, *c*<sub>1</sub>, *c*<sub>2</sub>: 重み付けのパラメータ

*r*<sub>1</sub>, *r*<sub>2</sub>: [0,1]の一様乱数

### 2.2 ES

一般的な( $\mu+\lambda$ )-ESをここで説明する。

個体数 $\mu$ の集団からランダムな個体を選択し、突然変異させる。これを $\lambda$ 回繰り返し、個体数 $\lambda$ の子集団を作成する。この子集団に親集団を加えたサイズ( $\mu+\lambda$ )の集団の、上位 $\mu$ 個の個体を次の親集団とする

[3]。連続値の突然変異には正規分布を用いる。

Optimization of PSO algorithm's parameters with ES algorithm and its analysis

<sup>†</sup>Tsukasa Sakuma, College of Information Science, University of Tsukuba

<sup>‡</sup>Claus Aranha, Hitoshi Kanoh, Faculty of Engineering, Information and Systems, University of Tsukuba

パラメータが  
 $w=0.8, c_1=1.1, c_2=0.9$   
の PSO

$y_1$	$y_2$	$y_3$
0.8	1.1	0.9

図1 ES のコード化の例

## 3. 実験方法と実験条件

### 3.1 実験方法

本研究では、ESを用いてPSOのパラメータを最適化する。ESのコード化の例を図1に示す。各個体のパラメータを用いたPSOでN変数最小化問題を複数回解き、その最良解の平均値をESの個体の適応度とする。

### 3.2 対象問題

対象問題は Sphere、Rastrigin、Rosenbrock、Ride、Schwefel の 5 問の関数[4]。すべて 10 次元。Sphere、Rosenbrock、Ride は単峰関数、Rastrigin、Schwefel は多峰関数。また Schwefel 以外は、最適解が探索空間の中央にある。

### 3.3 実験条件

2 種類の実験を行う。実験 1 では 5 問すべてを対象として実験を行う。実験 2 では Sphere、Rastrigin の 2 問を対象に、それぞれ PSO の反復回数を 50、100、150、200 として実験を行う。

## 4 実験結果と考察

### 4.1 各関数における最適パラメータ(実験 1)

#### 4.1.1 実験結果

図2は Ride に対して最適化された 60 試行のパラメータのうちの、上位 50 試行の *w* と *c*<sub>1</sub> である。負の相関があることが読み取れる。また、*w* と *c*<sub>2</sub> や他の 4 問の関数でも、同様に負の相関が見られた。

表1 実験条件

		実験 1	実験 2
ES	ES の種類	(1+1)-ES	
	試行回数	60	
	世代数	30	
PSO	個体数	20	
	試行回数	30	
	反復回数	150	50,100,150,200
対象問題	5 問 すべて	Sphere Rastrigin	

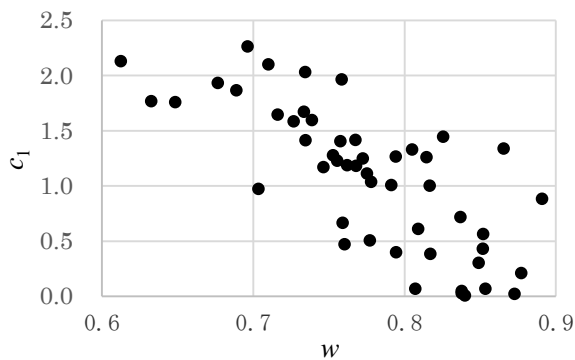


図2 Rrideの最適化した $w$ と $c_1$ の上位50試行

表2  $c_1$ 、 $c_2$ の変化と収束時の反復回数の平均

平均からの差		-4	-2	0	+2	+4
Rastrigin	$c_1$ が変動	57.5	61.4	66.3	71.2	84.4
	$c_2$ が変動	58.0	62.1	66.3	76.1	87.8

#### 4.1.2 考察と確認実験

PSOでは、収束が早いと大域探索の割合が減り、収束が遅いと局所探索の割合が減る。そのため大域探索と局所探索をバランスよく行うには、問題に応じた適切な速度の収束が必要となる。

表2はPSOが収束したときの反復回数の30試行の平均である。 $c_1$ 、 $c_2$ の一方を固定し、もう一方を前述の上位50試行の平均値の-4から+4まで変動させる。すべてのPSOの個体の速度の平均が、初期速度の平均の1/100以下に達したとき、収束したとみなす。

表2から、 $c_1$ 、 $c_2$ が大きくなると収束が遅くなることがわかる。他の4問に関しても、同様の結果が得られた。またPSOの更新式から、 $w$ が大きくなると収束が遅くなることは明白である。

以上のことから、ESで最適化した $w$ と $c_1$ 、 $w$ と $c_2$ に負の相関が現れる理由は、収束の速さを一定、もしくは特定の範囲内に収めるためだと考えられる。

#### 4.2 各反復回数における最適パラメータ(実験2)

##### 4.2.1 実験結果

表3は50、100、150、200回の反復回数に対して最適化された60試行のパラメータのうちの、上位50試行の $w$ の平均である。Sphere、Rastriginともに、反復回数が増加するごとに $w$ も増加している。

##### 4.2.2 考察と確認実験

図3は $c_1=c_2$ (一定)、二通りの $w$ でRastriginを解いたときの、 $gbest$ の30試行の平均のグラフである。反復回数50回付近で、 $gbest$ の値の優劣が入れ替わっている。

同様の実験を $w=0.65$ から $w=0.85$ まで0.04刻みで行った結果、どれも最初は小さい $w$ が大きい $w$ より優れ、ある反復回数を境に、大きい $w$ が小さい $w$ より優れるという結果になった。Sphereでも同様の

結

表3 反復回数に対して最適化された $w$ の平均

	反復回数	$w$
Sphere	50	0.769
	100	0.834
	150	0.853
	200	0.863
Rastrigin	50	0.650
	100	0.759
	150	0.772
	200	0.808

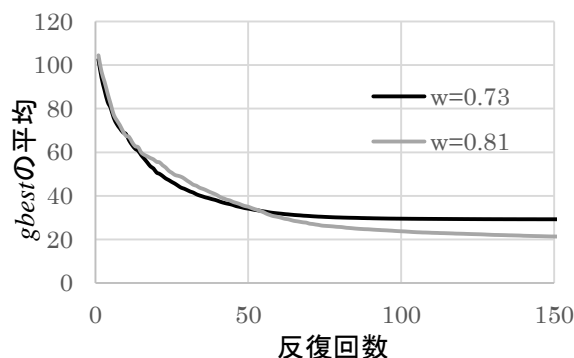


図3 異なる $w$ における $gbest$ 平均の変化

果が得られた。

以上のことから、反復回数を増加させるとESで最適化された $w$ が増加する理由は、大きい $w$ は探索の速度は遅いが、反復回数が大きくなると、小さい $w$ より優れた解を発見できるためだと考えられる。

#### 5. おわりに

ESを用いてPSOのパラメータを最適化し、PSOのパラメータの性質を分析した。実験結果から、最適な $w$ と $c_1$ 、 $w$ と $c_2$ の組み合わせには負の相関があること、最適な $w$ は反復回数とともに増加することがわかった。今後の課題は、これらの知見をパラメータ決定へ応用することである。

#### 参考文献

- [1] M. Jiang, Y.P. Luo, & S.Y. Yang, Stochastic convergence analysis and parameter selection of the standard particle swarm optimization algorithm, Information Processing Letters 102, 2007, pp. 8–16.
- [2] Kennedy, J., Eberhart, R.: Particle swarm optimization, IEEE international conference on neural networks, Vol.4, 1995, pp. 1942–1948.
- [3] Hans Georg Beyer, Hans Paul Schwefel. Evolution strategies: A comprehensive introduction. Natural Computing 1, Kluwer Academic Publishers, 2002. pp. 9–18.
- [4] 横田裕史, 増田和明, 栗原謙三, Particle Swarm Optimizationのパラメータ選択による探索挙動の定量的解析, 第54回自動制御連合講演会, 2011, p.1174